Concours pour le recrutement de géomètres de l'IGN

SESSION 2024

Épreuve écrite obligatoire n°2

Durée : 3 heures   Coefficient : 5

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.
L'utilisation de toute documentation est strictement interdite.

Cette épreuve se compose d'une seule partie :
- Mathématiques (20 points)

Ce sujet comporte : 11 pages (page de garde incluse).
1 feuille réponse pour les mathématiques

Cette épreuve est constituée de questionnaires à choix multiples (QCM). Les questions sont indépendantes. Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses est exacte.

Le candidat indiquera ses réponses sur la feuille réponse.

Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte un point, une réponse fausse ou une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Calculatrice interdite.

Partie 1 : Probabilités

Question 1:

Un individu de la population étudiée dans le tableau ci-dessous est choisi au hasard.
On considère les événements A et B suivants :
A : “l’individu a des symptômes graves”
B : “l’individu provient de Shangaï”
Que vaut $P_B(A)$?

	Canton	Shangaï	Pékin	Total
Symptômes graves	50	70	30	150
Fièvre	60	50	20	100
Maux de tête	30	80	110	250
Total	140	200	160	500

A) $\frac{70}{200}$

B) $\frac{70}{500}$

C) $\frac{70}{150}$

D) $\frac{70}{130}$

Question 2:

Dans un supermarché, le temps d'attente X à la caisse, exprimé en minutes, suit la loi uniforme continue sur l'intervalle [1;11].

Quel est le temps d'attente moyen?

A) 5

B) 5,5

C) 6

D) 6,5

Question 3:

Lors d'un examen, un cancre répond au hasard à chacune des 6 questions d'un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions, une seule des quatre propositions est correcte.
Le barème est le suivant :

- chaque réponse correcte rapporte un point.
- Une réponse erronée ou une absence de réponse n'enlève pas de point.

La probabilité que le candidat obtienne les 6 réponses correctes est égale à :

A) $\left(\frac{1}{4}\right)^6$

B) $\frac{1}{24}$

C) $\frac{1}{6}$

D) $\frac{1}{2}$

Question 4:

On note X la variable aléatoire correspondant à la note obtenue par le candidat de la question 3. L'espérance de X est égale à :

A) 1,5

B) 3

C) 0

D) 2

Question 5:

Un chalutier se rend sur sa zone de pêche. La probabilité qu'un banc de poissons soit sur cette zone est 0,7. Le chalutier est équipé d'un sonar pour détecter la présence d'un banc de poissons.

Si un banc est présent, le sonar indique la présence du banc dans 80% des cas.

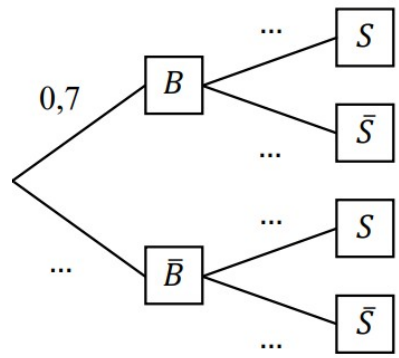
S'il n'y a pas de banc de poissons dans la zone de pêche, le sonar indique néanmoins la présence d'un banc dans 5% des cas.

On définit les événements suivants :

- B : « il y a un banc de poissons sur la zone » ;
- S : « le sonar indique l'existence d'un banc »

On donne ci-contre l'arbre dont on pourra s'aider.

Quelle affirmation est correcte ?



A) La probabilité qu'il y ait un banc de poissons et qu'il soit détecté par le sonar est de 0,8

B) La probabilité qu'il n'y ait pas de banc de poisson mais que le sonar en détecte un est de 0,015

C) La probabilité que le sonar ne détecte pas de banc de poissons sachant qu'il y en a effectivement un est de 0,14

D) Le sonar détecte un banc de poissons. La probabilité qu'il se trompe est de 0,7.

Partie 2 : Suites

Question 6:

Une quantité de bactéries diminue de 15% toutes les heures. Pour trouver la quantité restante au bout de 6 heures, il faut multiplier la quantité de départ par :

A) $1,15^6$

B) $6 \times 0,85$

C) $6 \times 1,15$

D) $0,85^6$

Question 7:

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison - 3 telle que $u_7=53$.
Que vaut u_3 ?

A) 65

B) 41

C) 62

D) 44

Question 8:

Soit (v_n) la suite définie par $v_0=2$ et pour tout n $\in \mathbb{N}$ par $v_{n+1}=2v_n-3$.
Quelle est la valeur du troisième terme?

A) -13

B) -2

C) -5

D) -1

Question 9:

Soit (u_n) la suite géométrique de raison q=1,07 et de premier terme $u_4=5$.

A) La valeur exacte de $S=u_4+u_5+u_6+\ldots+u_{52}$ est $5\times\dfrac{1-1{,}07^{52}}{1-1{,}07}$

B) La valeur exacte de $S=u_4+u_5+u_6+\ldots+u_{52}$ est $5\times\dfrac{1-1{,}07^{48}}{1-1{,}07}$

C) $u_{10}=u_4\times1{,}07^6$

D) $u_{25}=u_4\times1{,}07^{22}$

Partie 3 : Fonctions

Question 10:

Soit la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x)=\left(4e^{3x^2-12}+2\right)\left(3x^2+2\right)$$

A) $f(2)=74$

B) Pour tout réel x, on a : $f'(x)=144xe^{3x^2-12}$

C) Pour tout réel x, on a : $f'(x)=72xe^{3x^2-12}\left(x^2+1\right)+12x$

D) f est croissante sur $\mathbb{R}$

Question 11:

Soit P la fonction polynôme définie sur $\mathbb{R}$ par $P(x)=-3x^2-3x+60$.
Parmi les affirmations suivantes, une seule est **fausse**. Laquelle ?

A) P est factorisable

B)

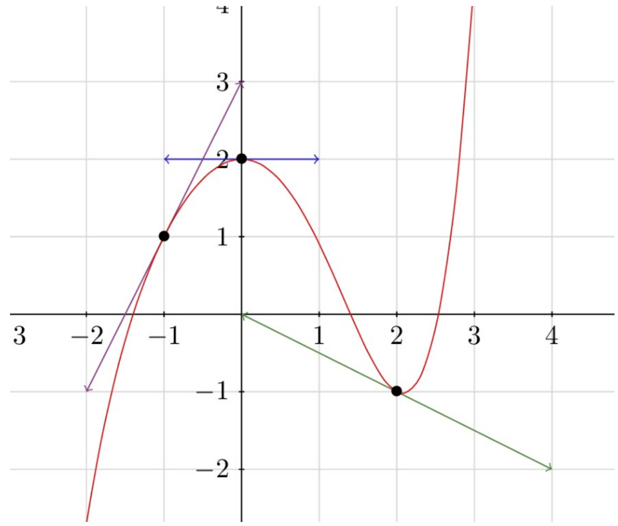
x	$-\infty$		-5		4		$+\infty$
$P(x)$		-	0	+	0	-	

C)

x	$-\infty$		$-0,5$		$+\infty$
$P(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$P(-0,5)$	$\nearrow$	$+\infty$

D) P admet un maximum

Question 12:



Soit la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ dont la représentation graphique est donnée ci-contre ainsi que ses tangentes en - 1, 0 et 2.
Quelle proposition est exacte ?

A) $f'(-1)=0,5$

B) $f'(2)=-0,5$

C) $f'(-1)=1$

D) l'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse - 1 est $y=-x+3$

Question 13:

Soient les fonctions f , g et h définies sur leur ensemble de définition par :
$f(x)=\ln(3+2x^2)$, $g(x)=\ln(2x-3)$ et $h(x)=\dfrac{3\ln x-2}{4}$
Quelle affirmation est vraie ?

A) f et g sont définies sur $\mathbb{R}$

B) $h(e^2)=1$

C) pour tout $x>\dfrac{3}{2}$, $\dfrac{f(x)}{g(x)}=\ln\left(\dfrac{3+2x^2}{2x-3}\right)$

D) $g(\mathrm{e})=-\dfrac{1}{2}$

Question 14:

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\mathrm{e}^{2x}(x^2+2x-3)$.
Quelle affirmation est correcte?

A) f'(0)=4

B) f(0)=0

C) L'équation de la tangente au point d'abscisse 0 est $y=-4x-3$

D) $\lim_{x \to +\infty} f(x)=2$

Question 15:

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^3-2x-5$.
Quelle affirmation est vraie?

A) $\int_{-2}^{3} f(x)=-13,75$

B) f est convexe sur $\mathbb{R}$

C) La dérivée de f est de signe constant

D) $\lim_{x \to -\infty} f(x)=+\infty$

Question 16:

Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=xe^{2x}$.
De quelle équation différentielle cette fonction est-elle solution?

A) $y'-2y=xe^{2x}$

B) $y'-2y=x$

C) $y'-2y=\mathrm{e}^{2x}$

D) $y'-2y=0$

Partie 4: géométrie

Question 17:

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}\,; \vec{j}\,)$, on considère les points A(- 6; - 2), B(2; - 4), C(- 2; 2) et E(- 2.5; - 3).
Quelle affirmation est correcte?

A) Les points A, B et E sont alignés

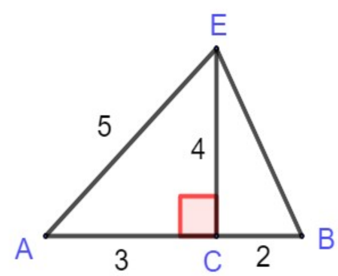
B) Les coordonnées du point D tel que $\overrightarrow{AD} = 13\overrightarrow{AB} - 21\overrightarrow{CA}$ sont (182;56)

C) Le triangle ABC est rectangle en C

D) Les droites (AB) et (CE) sont parallèles.

Question 18:

Dans le triangle AEB ci-contre, on a :



A) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AE} = 30$

B) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AE} = 25$

C) $\overrightarrow{EB} \cdot \overrightarrow{EC} = 16$

D) $\overrightarrow{EB} \cdot \overrightarrow{EC} = 8$

Question 19

Dans l'intervalle [0; π], l'équation $\left(2\sin x-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2}\cos x+1\right)=0$ a pour ensemble solution:

A) S={ $\frac{\pi}{3}$; $\frac{2\pi}{3}$ }

B) S={ $\frac{\pi}{3}$; $\frac{2\pi}{3}$; $\frac{3\pi}{4}$ }

C) S={ $\frac{2\pi}{3}$ }

D) S={ $\frac{5\pi}{6}$ }

Question 20 :

Dans un repère orthonormé du plan, un vecteur normal à la droite d'équation cartésienne $-3x+4y-5=0$ a pour coordonnées :

A) $\begin{pmatrix}-3\\4\end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix}-4\\-3\end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix}4\\-3\end{pmatrix}$